母题四　根据单调性与奇偶性解不等式

例 4．已知奇函数 $f(x)$ 是定义在区间 $(-2,2)$ 上的增函数，且 $f(t)+f(2t+1)>0$，则实数 t 的取值范围是（　　）

A．$\left(\frac{1}{3},2\right)$　　B．$\left(-\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right)$　　C．$\left(-\frac{1}{3},2\right)$　　D．$\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$

【答案】B

【分析】根据函数的单调性、奇偶性、定义域化简不等式 $f(t)+f(2t+1)>0$，从而求得 t 的取值范围.

【详解】依题意奇函数 $f(x)$ 是定义在区间 $(-2,2)$ 上的增函数，

$f(t)+f(2t+1)>0, f(2t+1)>-f(t)=f(-t)$，

$$\begin{cases}2t+1>-t\\-2<t<2\\-2<2t+1<2\end{cases}\Rightarrow -\frac{1}{3}<t<\frac{1}{2}.$$

故选：B

即时练习

1．定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 在区间 $[0,+\infty)$ 上单调递增，若 $f(1)<f(\ln x)$，则 x 的取值范围是（　　）

A．$(e,+\infty)$　　B．$(1,+\infty)$　　C．$(-\infty,-e)\cup(e,+\infty)$　　D．$\left(0,\frac{1}{e}\right)\cup(e,+\infty)$

【答案】D

【分析】根据偶函数及单调性解不等式即可.

【详解】由题意，$|\ln x|>1$，则 $x>e$ 或 $x\in\left(0,\frac{1}{e}\right)$.

故选:D.

2．若函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上单调递增的奇函数，且 $f(2)=1$，则使得 $f(x)+1<0$ 成立的 x 的取值范围为（　　）

A．$(2,+\infty)$　　B．$(-2,+\infty)$　　C．$(-\infty,2)$　　D．$(-\infty,-2)$

【答案】D

【分析】根据奇函数的性质，结合单调性进行求解即可.

【详解】因为函数 $f(x)$ 是奇函数，所以 $f(-2)=-f(2)=-1$，

由 $f(x)+1<0$ 可得 $f(x)<-1$，即 $f(x)<f(-2)$，

又因为函数 $f(x)$ 是定义在 **R** 上单调递增函数，

所以 $x<-2$.

故选：D

3．已知定义在 **R** 上的函数 $y=f(x)$ 是偶函数，且在 $[0,+\infty)$ 上单调递减，则不等式 $f(x-1)>f(x)$ 的解集为（　　）

A．$(2,+\infty)$　　B．$(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$　　C．$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$　　D．$\left(-\infty,-\frac{2}{3}\right)\cup(2,+\infty)$

【答案】C

【分析】利用函数为偶函数可得 $f(x)$ 在 $(-\infty,0]$ 上单调递增，从而可得 $|x-1|<|x|$，解不等式即可求解.

【详解】因为 $f(x)$ 为偶函数，且在 $[0,+\infty)$ 上单调递减，所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,0]$ 上单调递增.

由 $f(x-1)>f(x)$，得 $|x-1|<|x|$，解得 $x>\frac{1}{2}$，

即不等式 $f(x-1)>f(x)$ 的解集为 $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$

故选：C

4.已知定义在 **R** 上的偶函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0]$ 上是减函数，若 $f(a-1)>f(2-a)$，则实数 a 的取值范围是____________.

【答案】$\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$

【分析】根据函数的奇偶性和单调性，即可列出不等关系求解.

【详解】由于 $f(x)$ 在 $(-\infty,0]$ 上是减函数，且 $f(x)$ 为偶函数，所以 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数，

若 $f(a-1)>f(2-a)$，则 $|a-1|>|2-a|$，平方可得 $a^2-2a+1>4-4a+a^2$，

解得 $a>\frac{3}{2}$，

故答案为：$\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$